

Valeurs et logique booléenne

1ere NSI

Année 2021-2022

La logique booléenne est utile pour déterminer si une condition est vraie ou fausse, par exemple:

- L'herbe est mouillée si il pleut **ou** si on vient de l'arroser.
- Il y a de la lumière dans ta chambre si le volet est ouvert **et** si il fait jour.

Pour ces exemples, on peut trouver rapidement une solution.

- 1 Les booléens
- 2 Logique Booléenne
- 3 Table d'expression booléenne
- 4 Exercices
- 5 La suite ...

Les booléens sont des variables qui ne peuvent prendre que 2 états:

- Vrai ("True" en python, 1 dans certains langages)
- Faux ("False" en python, 0 dans certains langages)

- 1 Les booléens
- 2 Logique Booléenne**
- 3 Table d'expression booléenne
- 4 Exercices
- 5 La suite ...

Nous allons voir, dans un premier temps, les 3 opérateurs booléens principaux ainsi qu'un 4eme:

- ET ("and" en python)
- OU ("or" en python)
- NON ("not" en python)
- OU exclusif (aussi appelé XOR ou le symbole '^' en python)

On a défini, que si il pleut **ou** que si on a arrosé récemment, l'herbe est mouillée. Dans quels cas est-elle mouillée ?

On peut considérer que l'on a 2 variables booléennes:

- pleut
- arrose

pleut OU arrose

		pleut	
		Vrai	Faux
arrose	Vrai	herbe mouillée	herbe mouillée
	Faux	herbe mouillée	herbe sèche

On a défini, que si on ouvre la fenêtre **et** qu'il fait jour, on a de la lumière dans notre chambre. Dans quel cas y a-t-il de la lumière ?

On peut considérer que l'on a 2 variables booléennes:

- volet_ouvert
- fait_jour

		fait_jour	
		Vrai	Faux
volet_ouvert	Vrai	lumière	ténèbres
	Faux	ténèbres	ténèbres

L'opérateur NON inverse la valeur d'une variable ou expression booléenne.
Par exemple:

- Si la variable booléenne "chaud" est Vrai
 - "Non chaud" est Faux
- En reprenant le tableau précédent avec non, au lieu de chercher si on a de la lumière, on cherche l'opposée (si on a des ténèbres):

NON volet_ouvert ET fait_jour

		fait_jour	
		Vrai	Faux
volet_ouvert	Vrai	lumière	ténèbres
	Faux	ténèbres	ténèbres

Ou exclusif (XOR)

L'opérateur Ou exclusif (noté XOR) est proche du "ou" quand on pose une question en français, il s'agit de choisir l'un ou l'autre par exemple: Si on fait une course avec 2 personnes, le joueur 'a' gagne **ou (XOR)** le joueur 'b' gagne.

a_gagne XOR b_gagne

		b_gagne	
		Vrai	Faux
a_gagne	Vrai	2 gagnants ?! qui triche ?	un gagnant
	Faux	un gagnant	Aucuns ?!

Si on veut une conditions plus complexe, le tableau que l'on a vu pour l'instant ne marcherait pas. Par exemple si on pose: Il fait jour si on allume la lumière **ou** s'il fait jour **et** qu'on a ouvert les volets.

- 1 Les booléens
- 2 Logique Booléenne
- 3 Table d'expression booléenne**
- 4 Exercices
- 5 La suite ...

Une notation

La table d'expression booléenne (ou table de vérité) est une méthode pour trouver les résultats d'une expression booléenne. Elle est de la forme:

pleut	arrose	pleut ET arrose
V	F	
F	F	
V	V	
F	V	

On a sur la partie gauche les variables booléennes utilisées dans les expressions de droite. On indique les valeurs possibles des expressions et variables avec les lettres **V** pour vrai et **F** pour faux.

Une notation

La table d'expression booléenne (ou table de vérité) est une méthode pour trouver les résultats d'une expression booléenne. Elle est de la forme:

pleut	arrose	pleut ET arrose
V	F	F
F	F	F
V	V	V
F	V	F

On a sur la partie gauche les variables booléennes utilisées dans les expressions de droite. On indique les valeurs possibles des expressions et variables avec les lettres **V** pour vrai et **F** pour faux.

Un exemple plus compliqué

Soit a , b et c des variables booléennes.

Soit l'expression suivante: $a \text{ ET } (b \text{ OU } c)$.

Pensez-vous qu'il y a des valeurs de A , B et C telles que l'expression est vrai ?

Un exemple plus compliqué

Soit a , b et c des variables booléennes.

Soit l'expression suivante: a ET (b OU c).

Pensez-vous qu'il y a des valeurs de A , B et C telles que l'expression est vrai ?

a	b	c	b OU c	a ET (b OU c)
V	V	V		
F	V	V		
V	F	V		
F	F	V		
V	V	F		
F	V	F		
V	F	F		
F	F	F		

Un exemple plus compliqué

Soit a , b et c des variables booléennes.

Soit l'expression suivante: a ET (b OU c).

Pensez-vous qu'il y a des valeurs de A , B et C telles que l'expression est vrai ?

a	b	c	b OU c	a ET (b OU c)
V	V	V	V	
F	V	V	V	
V	F	V	V	
F	F	V	V	
V	V	F	V	
F	V	F	V	
V	F	F	F	
F	F	F	F	

Un exemple plus compliqué

Soit a , b et c des variables booléennes.

Soit l'expression suivante: a ET (b OU c).

Pensez-vous qu'il y a des valeurs de A , B et C telles que l'expression est vrai ?

a	b	c	b OU c	a ET (b OU c)
V	V	V	V	V
F	V	V	V	F
V	F	V	V	V
F	F	V	V	F
V	V	F	V	V
F	V	F	V	F
V	F	F	F	F
F	F	F	F	F

- 1 Les booléens
- 2 Logique Booléenne
- 3 Table d'expression booléenne
- 4 Exercices**
- 5 La suite ...

Exercice 1

Réaliser la table d'expression de: $a \text{ OU } (b \text{ ET } c)$.

Exercice 1

Réaliser la table d'expression de: $a \text{ OU } (b \text{ ET } c)$.

a	b	c	$b \text{ OU } c$	$A \text{ OU } (b \text{ ET } c)$
1	1	1	1	1
0	1	1	1	1
1	0	1	0	1
0	0	1	0	0
1	1	0	0	1
0	1	0	0	0
1	0	0	0	1
0	0	0	0	0

Exercice 2

On sait que pour l'addition binaire on a les 4 cas suivant pour 2 chiffres:

$1+0=01$; $0+1=01$; $0+0=00$; $1+1=10$

si on considère les variables booléennes :

- chiffre_1
- chiffre_2

On a donc chiffre_1 qui correspond au premier membre de l'addition et chiffre_2 qui correspond au deuxième membre.

Exercice 2 (suite)

$1+0=0$ **1**; $0+1=0$ **1**; $0+0=0$ **0**; $1+1=1$ **0**

Avec Vrai valant 1 et Faux valant 0. Remplir la table d'expression booléenne qui donne le résultat du chiffre de gauche (en rouge, le reste). Quelle est l'opération effectuée entre chiffre_1 et chiffre_2? Même question pour le chiffre de droite (la retenue).

chiffre ₁	chiffre ₂	chiffre gauche (retenue)	chiffre droite (reste)
1	1		
0	1		
1	0		
0	0		

- 1 Les booléens
- 2 Logique Booléenne
- 3 Table d'expression booléenne
- 4 Exercices
- 5 La suite ...**

Nous avons vu comment construire l'addition à l'aide des opérateurs binaires.

La prochaine partie parlera de l'architecture de von neumann. Il s'agit de l'architecture des premiers ordinateurs.

Nous allons maintenant passer sur les ordinateurs pour un TP.